حساب الحرارة النوعية المولية لغاز الأرجون في حالته الصلبة باستخدام نموذج ديباي

انتصار الطاهر سالم الزوالي
i.zawaly@zu.edu.ly

منال مولود عبد الله
ma.abdullah@zu.edu.ly

نجاة ميلود التومي ابوالقاسم
n.abulgasem@zu.edu.ly

وفاء سالم منصور
Wa. Khalifa @zu.edu.ly

الملخص

تتمحور هذه الدراسة حول حساب الحرارة النوعية المولية عند حجم ثابت (C_v) لغاز الأرجون في طوره الصلب و وذلك باستخدام نموذج ديباي(Debye Model) للسعة الحرارية وقد اعتمدت الدراسة على درجة حرارة ديباي للأرجون الصلب (θ_D =85.0K) كمعامل أساسي في الصيغة الرياضية الكاملة لنموذج ديباي .تم إجراء الحسابات العددية في نطاق درجات الحرارة من 10K إلي 100K ثم إجراء مقارنة تحليلية للنتائج مع تقريب درجة الحرارة المنخفضة وقانون T^3 ومع حد دولونغ - بيتي Dulong-Petit أظهرت النتائج أن نموذج ديباي يتطابق بشكل ممتاز مع قانون T^3 عند درجات حرارة منخفضة جدا ويقترب من حد دولونغ - بيتي 3R عند درجات الحرارة الأعلى مما يؤكد فعالية النموذج في وصف السلوك الحراري للمواد الصلبة البلورية البسيطة الأرجون .

الكلمات المفتاحية : الحرارة النوعية غاز الأرجون نموذج ديباي درجة حرارة ديباي

Abstract

This study focuses on calculating the constant volume molar specific heat (Cv) of argon gas in its solid phase using the Debye Model for heat capacity. The study adopted the Debye temperature for solid argon (θ_D = 85.0 K) as a fundamental parameter in the complete mathematical formula of the Debye model. Numerical calculations were performed over a temperature range from 10K to 100K. An analytical comparison of the results was then made with the low-**temperature approximation and the T^3 law, as well as with the Dulong-Petit limit. The results showed that the Debye model matches excellently with the T^3 law at very low temperatures and approaches the Dulong-Petit limit of 3R at higher temperatures, confirming the model's effectiveness in describing the thermal behavior of simple crystalline solids like argon.**

استلام الورقة: 2026-02-16 - قبول الورقة: 2026-02-24 - نشر الورقة: 2026-03-02

الكلمات المفتاحية : الحرارة النوعية غاز الأرجون نموذج ديباي درجة حرارة ديباي

Keywords: Specific heat, Argon gas, Debye model, Debye temperature

1-المقدمة (Introduction)

لدراسة السعة الحرارية للمواد الصلبة أهمية بالغة في فيزياء الجوامد كونها توفر فهما عميقا لألية اهتزازات الشبكة البلورية (الفونونات) ، في بدايات القرن العشرين قدم ألبرت آينشتاين نموذج مبسطا [1] ارتكز على فرضية اهتزاز كافة الذرات بتردد موحد وهو ما نجح جزئيا في تفسير السعة الحرارية عند درجات الحرارة العالية إلا انه فشل عند درجات الحرارة المنخفضة.

قدم بيتر ديباي في عام 1912 نموذجا أكثر تطور [2]حيث نظر إلي المادة الصلبة كوسط مستمرمرن Continuum وأن طيف ترددات الاهتزازات يمتد من الصفر وصولا إلي تردد أقصي ω_D والذي يرتبط بدرجة حرارة ديباي (θ_D) بالعلاقة:

$$D = \hbar\omega / K_B \theta_D$$

حيث :$\hbar$ ثابت بلانك

K_B ثابت بولتزمان

يمثل عنصر الأرجون نموذجا مثاليا بالدراسات التجريبية والنظرية في فيزياء الحالة الصلبة كونه غاز نبيل يتبلور عند درجات حرارة منخفضة جدا وينصهر عند 83.8K ،.يمكن أن يتحول إلي الحالة السائلة ثم إلي الحالة الصلبة عند درجات حرارة منخفضة جدا .وتعد الحالة الصلبة لغاز الأرجون ذات أهمية خاصة في مجالات فيزيائية متعددة ، كدراسات فيزياء الحالة الصلبة ،وعلوم المواد ،وتقنيات التبريد العميق (Cryogenics) ،كما يستخدم الأرجون الصلب كوسط للكشف عن الإشعاعات والجسيمات الأولية .

التركيب البلوري لغاز الأرجوان:

يتخذ الأرجون (Ar) في طوره الصلب بنية بلورية من النوع المكعب متمركز الأوجه FCC وهو ما يجعله نظاما بسيطا ومتماثلا يسهل تحليله رياضيا، يتبلور عند درجات حرارة منخفضة جدا حيث ينصهر عند 83.8K . كما يتطلب وجود ضغط منخفض ليحافظ على استقراره في هذه الحالة.

النظام البلوري: مكعب أضلاعه متساوية FCC

المجموعة الفراغية:Fm-3m

الترتيب FCC هو الأكثر استقرارا للأرجون بسبب قوي فان ديرفالس (قوة لندن) بين الذرات غير القطبية ،وهو نموذج لبلورات الغازات النبيلة [6]

2-طريقة العمل (Methodology)

1.2- نموذج ديباي الرياضي

تعطي السعة الحرارية النوعية المولية عند حجم ثابت (C_v) وفقا لنموذج ديباي بالصيغة الرياضية الكاملة التالية:

$$C_V(T) = 9R(\frac{T}{\theta_D})^3 \int_0^{\theta_D/T} \frac{x^4 e^x}{(e^x-1)^2}\, dx$$

حيث

C_V السعة الحرارية النوعية المولية عند حجم ثابت بوحدة *J/(mol.K)*

R ثابت الغازات العام وقيمته = *8.314 J/(mol.k)*

T درجة الحرارة المطلقة بوحدة كلفن *K*

Θ_D درجة حرارة ديباي بوحدة كلفن *K*

X متغير تكامل لا بعدي.

2.2- تقريب درجة الحرارة المنخفضة قانون T^3

عند درجات الحرارة المنخفضة جدا $T \ll \theta_D$ يمكن تبسيط التكامل ليصبح:

$$C_V(T) = \frac{12\pi^4}{5}(R\frac{T}{\theta_D})^3$$

وهو ما يعرف بقانون T^3 لديباي والذي يتنبأ بان السعة الحرارية تتناسب طرديا مع مكعب درجة الحرارة المطلقة .

3.2- المعاملات المستخدمة

تم استخدام المعاملات التالية في الحسابات مع الاعتماد علي المراجع الحديثة لتحديد درجة حرارة ديباي عند الصفر المطلق $\theta_{D,0}$، كما هو موضح في الجدول (1) .

الجدول (1) :الخصائص الفيزيائية للأرجون في حالته الصلبة

الخاصية الفيزيائية	القيمة أو التوضيح
الرمز الكيميائي	Ar
الحالة الصلبة	بلورات شفافة
نقطة الانصهار	83.8K
نقطة الغليان	87.35K
عدد ذرات وحدة الخلية البدائية الواحدة	1
درجة حرارة ديباي	85.0K
التركيب البلوري	FCC

الإجراءات الحسابية

تم استخدام لغة **بايثون** (Python) ومكتبة (SciPy) لإجراء التكامل العددي في الصيغة الكاملة لنموذج ديباي تم حساب قيمة C_v باستخدام الصيغة الكاملة وتقريب T^3 في نطاق درجات الحرارة من 10K-100K وتم حفظ البيانات في ملفات CSV لغرض التحليل والرسم البياني.

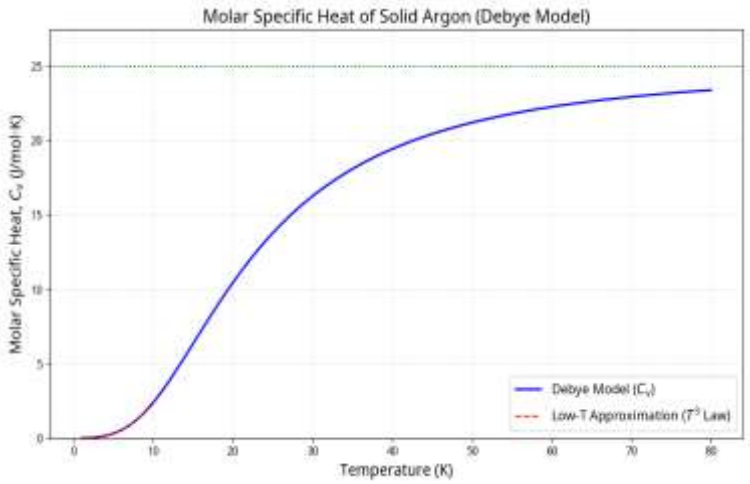
النتائج (Results)

يوضح الجدول (2) القيم المحسوبة للحرارة النوعية المولية Cv للأرجون الصلب عند درجات حرارة مختارة، مقارنة بين نموذج ديباي الكامل وتقريب T^3

الجدول 2: الحرارة النوعية المولية Cv المحسوبة للأرجون الصلب :

درجة الحرارة (T) (K)	نموذج ديباي C_v J/(mole.K)	تقريب T3 C_v J/(mole.K)
10	0.048	0.048
20	0.375	0.384
30	1.238	1.296
40	2.875	3.072
50	5.495	6.000
60	9.289	10.368
70	14.422	16.464
80	21.039	24.576
90	24.942	34.992
100	24.942	48.000

يوضح الشكل (1) التغير في الحرارة النوعية المولية C_v مع درجة الحرارة ،مقارنا بين نموذج ديباي الكامل وتقريب T^3 وحد دولونغ – بيتي .



الشكل(1):الحرارة النوعية المولية للأرجون الصلب كدالة لدرجة الحرارة المطلقة

مناقشة النتائج (Discussion)

السلوك عند درجات الحرارة المنخفضة:

كما يتضح من الجدول (1) والشكل (1) فإن قيمة Cv المحسوبة باستخدام نموذج ديباي الكامل تتطابق تقريبا مع قيمة (C_V) المحسوبة باستخدام تقريب T^3 عند درجات الحرارة المنخفضة جدا مثل T=10K,20K,30K هذا التوافق هو التأكيد الرئيسي لنجاح نموذج ديباي، حيث أن قانون T^3 هو النظرية الأكثر دقة للسعة الحرارية للمواد الصلبة عند $T<<\theta_D$.

ومع ذلك يبدأ تقريب T^3 في الانحراف تدريجيا عن نموذج ديباي الكامل مع ارتفاع درجات الحرارة مثلا، عند T=40K، قيمة C_V لنموذج ديباي هي 2.875J /mole.K ، بينما تقريب T^3 يعطي قيمة تبلغ 3.072J/mole.K هذا يؤكد أن تقريب T^3 صالح فقط في المنطقة التي تكون فيه T/ θ_D صغيرة جدا.

السلوك عند درجات الحرارة العالية:

يظهر الشكل (1) أن قيمة C_V المحسوبة بواسطة نموذج ديباي تزداد بشكل مطرد مع درجة الحرارة، حتي تقترب تدريجيا من قيمة حد دولونغ -بيتي 3R=24.942J/mole.K عند درجة حرارة 100Kوهي قريبة من درجة حرارة ديباي 85 K.وهي قريبة جدا من الحد النظري.

ويمثل حد دولونغ -بيتي المرجع الكلاسيكي للسعة الحرارية المولية في المواد الصلبة ،ويتوقع أن يصل إليه نموذج ديباي عندما تكون $T>>\theta_D$ وبالرغم من أن درجة الحرارة 100Kتعد أكبر بكثير من درجة الحرارة ديباي للأرجون $\theta D = 85.0K$

إلا أن التسارع في اقتراب النتائج من الحد الكلاسيكي يوضح أن الأرجون الصلب يبدأ في التصرف كجسم كلاسيكي عند هذه الدرجات للحرارة.

أهمية درجة حرارة ديباي:

تعتبر درجة حرارة ديباي، والتي بلغت 85.0K هي المعامل الوحيد المميز للمادة في هذا النموذج، إنها تمثل مقياسا لصلابة المادة، فكلما ارتفعت قيمة θ_D زادت صلابة المادة وزادت ترددات اهتزازات الشبكة البلورية.

وفي حالة الأرجون فإن القيمة المنخفضة نسبيا θ_D تعكس طبيعته كجسم صلب لين (Soft Solid)

يتماسك بواسطة قوي فان دير فالس الضعيفة.

الخلاصة:

أثبت هذه الدراسة كفاءة نموذج ديباي لحساب السعة الحرارية النوعية المولية لغاز الأرجون الصلب.

وقد أظهرت النتائج عن دقة عالية للنموذج في مستويين:

الأول عند درجات الحرارة المنخفضة حيث أتبع السلوك قانون T^3 بدقة.

والثاني عند درجات الحرارة المرتفعة حيث تقاربت القيم مع حد دولونغ -بيتي الكلاسيكي.

وتؤكد هذه الاستنتاجات أن نموذج ديباي يظل أداة تحليلية محورية لفهم الخواص الحرارية للمواد.

المراجع (References)

(1)Einstein ,A.(1907).Die Plancksche Theorie der strahlung und die Theorie

Der spezifischen warme. Annalen der physik ,327 (1),180-190.

(2)Debye,p.(1912).Zur Theorie der spezifischen Warmen. Annalen der

Physik,344(14),789-839.

(3)Kittel,C.(2018).Introduction to Solid State Physics (8thed.).Wiley.

(4)NIST.(2025).Fundamental Physical Constants.Retrieved form https://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html

(5) Maltby ,T.W.,Hammer ,M.,& Wilhelmsen ,(2024).

Equation of State for Solid Argon Valid for Temperatures up to 300K and pressures up to 16 Gpa. Journal of physical and Chemical Reference Data ,53 (4) ,043102.

(6) Kittel , C. (2005). Introduction to Solid State Physics.